

Πανελλαδικές Εξετάσεις Επαγγελματικών Λυκείων
(Γ Ημερήσιων – Δ Εσπερινών – Αυτοτελών Τμημάτων & Τμημάτων Συνδιδασκαλίας)

Εξεταζόμενο Μάθημα: **Μαθηματικά (Άλγεβρα)**

Ημερομηνία: **17 Ιουνίου 2021**

Απαντήσεις Θεμάτων

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 65

A2. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 28

A3.

α. Λάθος

β. Σωστό

γ. Λάθος

A4.

α. $-\frac{1}{x^2}$

β. $v \cdot x^{v-1}$

γ. $c \cdot f'(x)$

ΘΕΜΑ Β

B1. Επειδή η γραφική παράσταση της f τέμνει στον άξονα στο $x = 1$ ισχύει

$$f(1) = 0 \Leftrightarrow 1 - a + 2 = 0 \Leftrightarrow a = 3$$

B2. Για $a = 3$ η συνάρτηση γράφεται: $f(x) = x^2 - 3x + 2$ και για να βρούμε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης g λύνουμε:

$$x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ή } x = -1.$$

Πρέπει $x^2 - 1 \neq 0$. Άρα η g έχει πεδίο ορισμού το $A = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$
ή $A = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$.

B3. Για τον υπολογισμό του ορίου έχουμε:

$$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 3x + 2)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x - 2)}{(x - 1)(x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 2}{x + 1} = -\frac{1}{2}$$

B4. Είναι $f(0) = 2$.

Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f'(x) = 2x - 3$, άρα $f'(0) = -3$

Η εφαπτομένη της C_f στο $(0, f(0))$ έχει εξίσωση:

$$y - f(0) = f'(0)(x - 0) \Leftrightarrow y - 2 = -3x \Leftrightarrow y = -3x + 2.$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από τις τεταγμένες του πολυγώνου σχετικών συχνοτήτων συμπληρώνουμε την αντίστοιχη στήλη. Επίσης οι κεντρικές τιμές κάθε κλάσης προκύπτουν ως το ημιάθροισμα των άκρων αυτής: $x_i = \frac{\alpha + \beta}{2}$, $i = 1, 2, 3, 4$ για κάθε κλάση $[\alpha, \beta)$.

Αντίστοιχα, από τον τύπο $f_i = \frac{v_i}{n} \Leftrightarrow v_i = f_i \cdot n$ υπολογίζουμε τις συχνότητες της κάθε κλάσης.

Τέλος, από τον τύπο $a_i = 360^\circ \cdot f_i$ συμπληρώνουμε την τελευταία στήλη.

	x_i	v_i	f_i	a_i
[4, 8)	6	5	0,1	36°
[8, 12)	10	15	0,3	108°
[12, 16)	14	10	0,2	72°
[16, 20)	18	20	0,4	144°
Σύνολο		50	1	360°

Γ2. Το πλήθος των εκπαιδευτικών που έχουν τουλάχιστον 8 έτη υπηρεσίας είναι $n = v_2 + v_3 + v_4 = 15 + 10 + 20 = 45$

Γ3. Λιγότερο από 16 έτη υπηρεσίας έχουν συμπληρώσει:

$$F_3\% = f_1\% + f_2\% + f_3\% = 10\% + 30\% + 20\% = 60\% \text{ των εκπαιδευτικών}$$

Γ4. Το εμβαδό του χωρίου που σχηματίζεται κάτω από το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα (θεωρία σχολικού βιβλίου σελ.74) ισούται με 1.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Για τις διαστάσεις του ορθογώνιου οικοπέδου ισχύει: $x > 0, y > 0$.

Η περίμετρός του δίνεται από τη σχέση: $\Pi = 2x + 2y \Leftrightarrow 80 = 2x + 2y \Leftrightarrow x + y = 40$.

Δηλαδή $y = 40 - x$, (1)

ΜΕΘΟΔΙΚΟ

Συνεπώς ισχύει: $0 < x < 40$ και $0 < y < 40$.

Το εμβαδό του οικοπέδου δίνεται από τη συνάρτηση:

$$E(x) = x \cdot y = x \cdot (40 - x) = -x^2 + 40x, \quad 0 < x < 40$$

Το πεδίο ορισμού της $E(x)$ είναι το διάστημα $\Delta = (0, 40)$.

Δ2. Η συνάρτηση $E(x)$ είναι παραγωγίσιμη στο Δ με $E'(x) = -2x + 40$.

Λύνουμε: $E'(x) > 0, x \in \Delta$

$$\Rightarrow -2x + 40 > 0 \Rightarrow 0 < x < 20,$$

και $E'(x) < 0, x \in \Delta$

$$\Rightarrow -2x + 40 < 0 \Rightarrow x > 20, \quad x \in \Delta, \text{ άρα } 20 < x < 40.$$

Άρα, η $E(x)$ είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(0, 20]$ και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[20, 40)$.

Δ3. Λύνουμε: $E'(x) = 0, x \in \Delta$

$$\Rightarrow -2x + 40 = 0 \Rightarrow x = 20$$

Επομένως, προκύπτει ο παρακάτω πίνακας μονοτονίας ακροτάτων

x	0	20	40
$E'(x)$	+	0	-
E		O.M.	

Η συνάρτηση $E(x)$ παρουσιάζει στο σημείο $x = 20$ (m) ολικό μέγιστο την τιμή
 $E(20) = -20^2 + 40 \cdot 20 = -400 + 800 = 400$ (m²)

Δ4. Για τις διαστάσεις των οικοπέδων A και B παρατηρούμε ότι: $x_A < x_B$ ($29,5 \text{ m} < 34,2 \text{ m}$) και $x_A, x_B \in [20, 40)$ στο οποίο η συνάρτηση E είναι γνησίως φθίνουσα.

$$\text{Δηλαδή: } x_A < x_B \Leftrightarrow E(x_A) > E(x_B)$$

Άρα το οικόπεδο A έχει μεγαλύτερο εμβαδό από το οικόπεδο B .

Επιμέλεια:

Χρήστος Αναστασίου, Παναγιώτης Συνοδινός, Ηρώ Μαρκάκη

Ευχόμαστε καλά αποτελέσματα!